

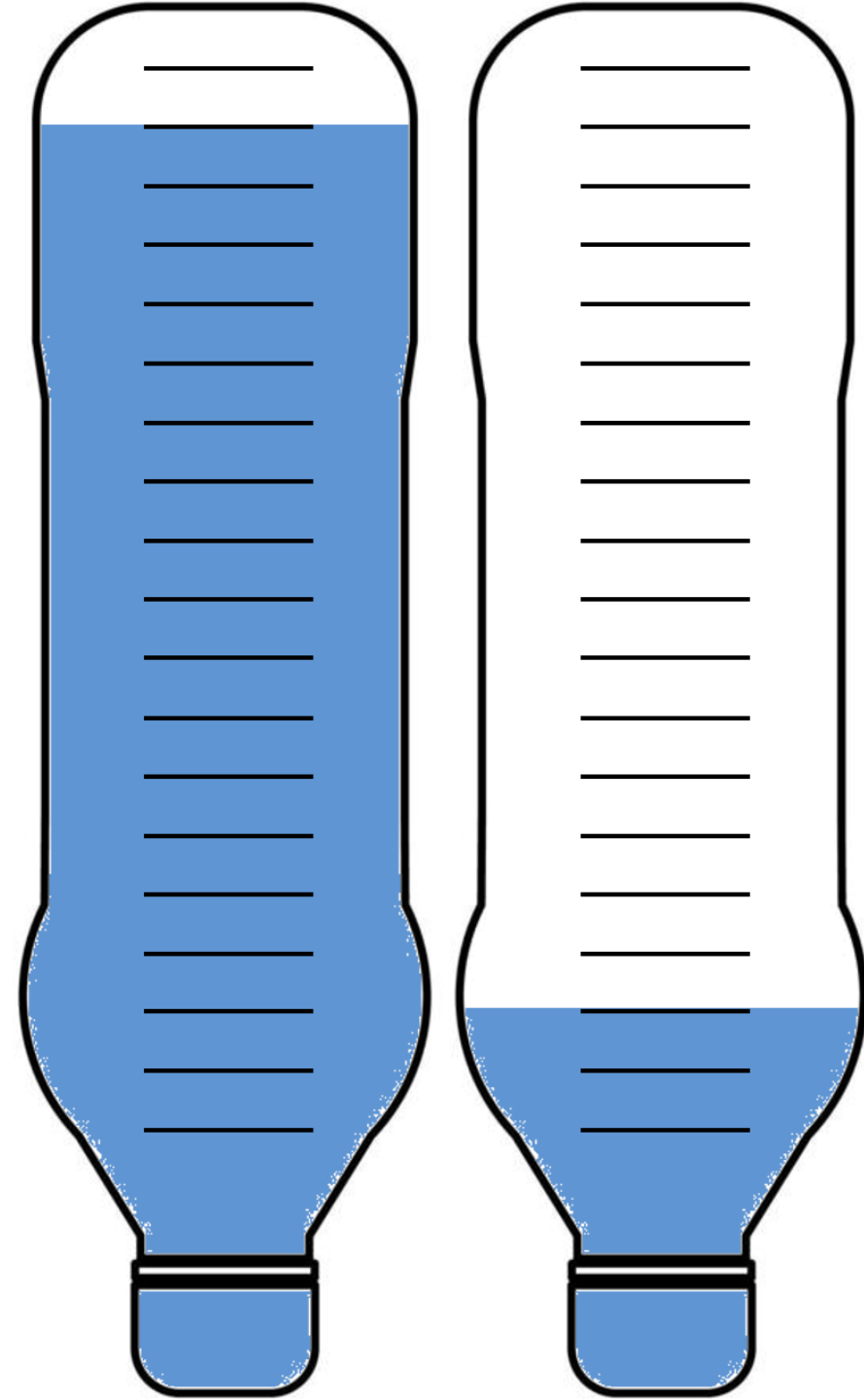
Rocket Science (II)

Rocket Science

MINT-Woche

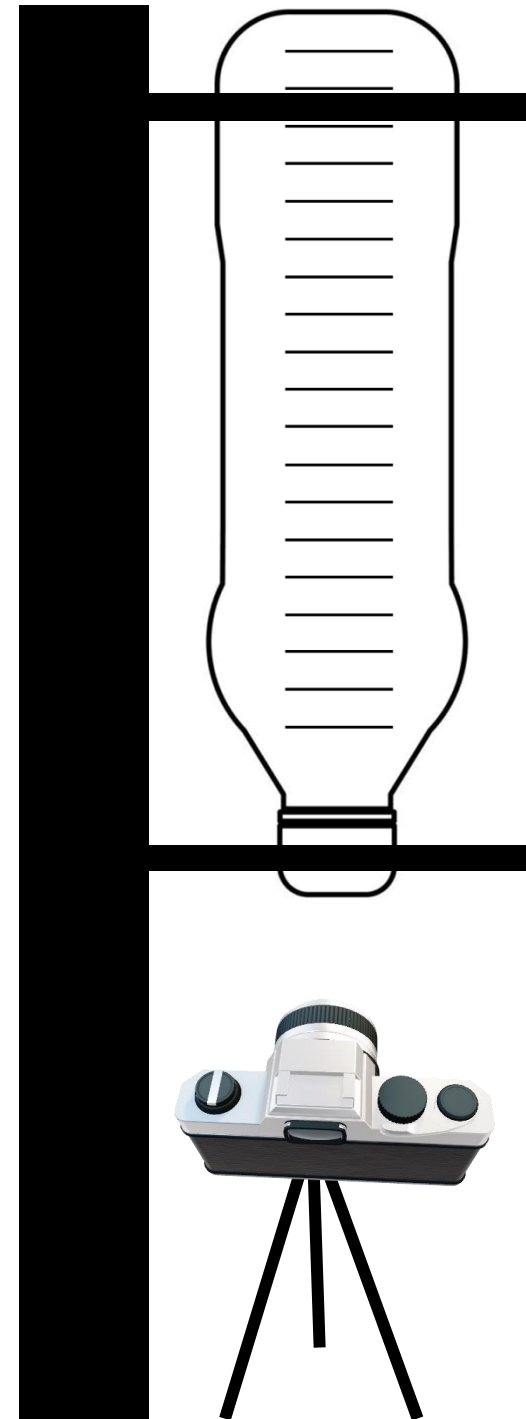
Optimale Füllmenge

- **Ziel: Optimale Füllmenge bestimmen durch Experimente & Berechnungen**
- Zu viel Wasser:
 - Hohe Masse, die beschleunigt werden muss
 - Luft kann Wasser nicht komplett ausstossen
- Zu wenig Wasser:
 - Wasser bereits ausgestossen, auch wenn Luft noch Überdruck hat
- **Gibt Sweet Spot dazwischen!**



Vorgehen I (Experiment)

1. Volumenschritte einzeichnen: z.B. immer 0.5dl einfüllen, dann Wasserstand einzeichnen.
2. Haltevorrichtung bauen: Flasche soll sich nicht bewegen.
Tipp: Mit Harasse
3. Experiment im Freien ausführen!
4. Kamera gerade davor auf Stativ positionieren
5. Flasche befüllen mit $x\%$ Wasser, pumpen auf festgelegten Wert. Versch. Gruppen untersch. Druck: 1.5bar, 2bar, 2.5bar, 3bar
6. Ventil öffnen (z.B. von Hand), Vorgang filmen
7. Wiederholen für versch. Füllmengen, mind. 5 verschiedene Messungen, Druck immer gleich.



Vorgehen II (Datenauswertung)

1. Videos auswerten und Daten sammeln:

- Füllmenge als Funktion der Zeit
- Genaue Zeitpunkte bestimmen wo nächste Linie erreicht, verwende z.B. Tracker
- Daten sammeln z.B. in Excel, CSV oder Python-Liste

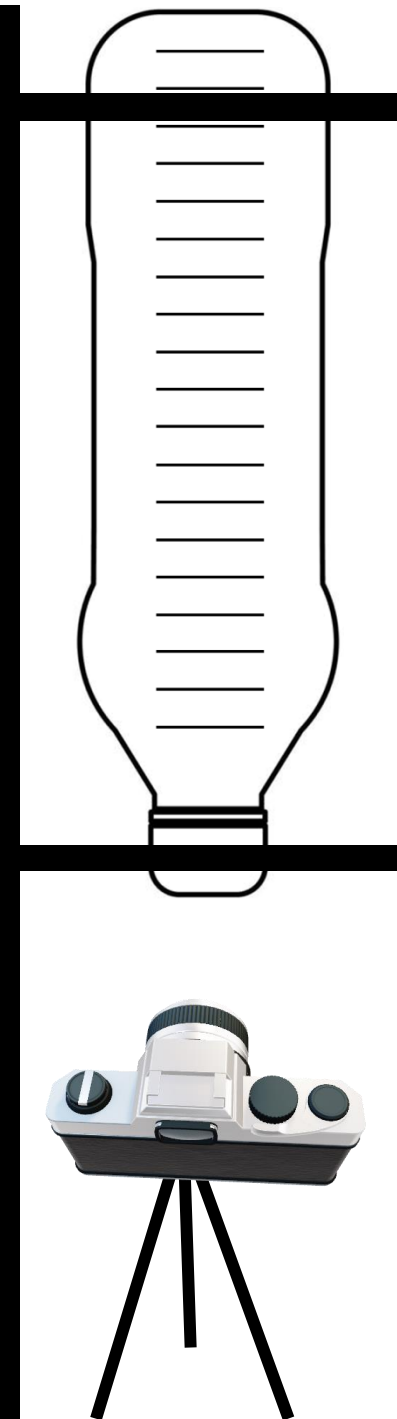
2. Max. Flughöhe berechnen (Excel/Python, siehe restliche Slides)

3. Grafiken erstellen:

1. a, v, h für jede Messung
2. Maximale Flughöhe in Abhängigkeit von Füllstand in Prozent

4. Frage beantworten: Was ist optimale Füllmenge?

Zeit [t]	Volumen Wasser [l]
0	1
0.3	0.5
0.6	0.3
0.87	0.2
1.24	0.1
1.76	0
2	0
2.5	0
3	0



Änderung Volumen & Masse

- **Restliche Slides: Mathe, um mithilfe der gesammelten Daten die max. Flughöhe ungefähr zu berechnen**
- Zum Zeitpunkt t_0 sei Wasservolumen V_0
- In kleinem Zeitschritt Δt wird Wasservolumen ΔV ausgestossen:

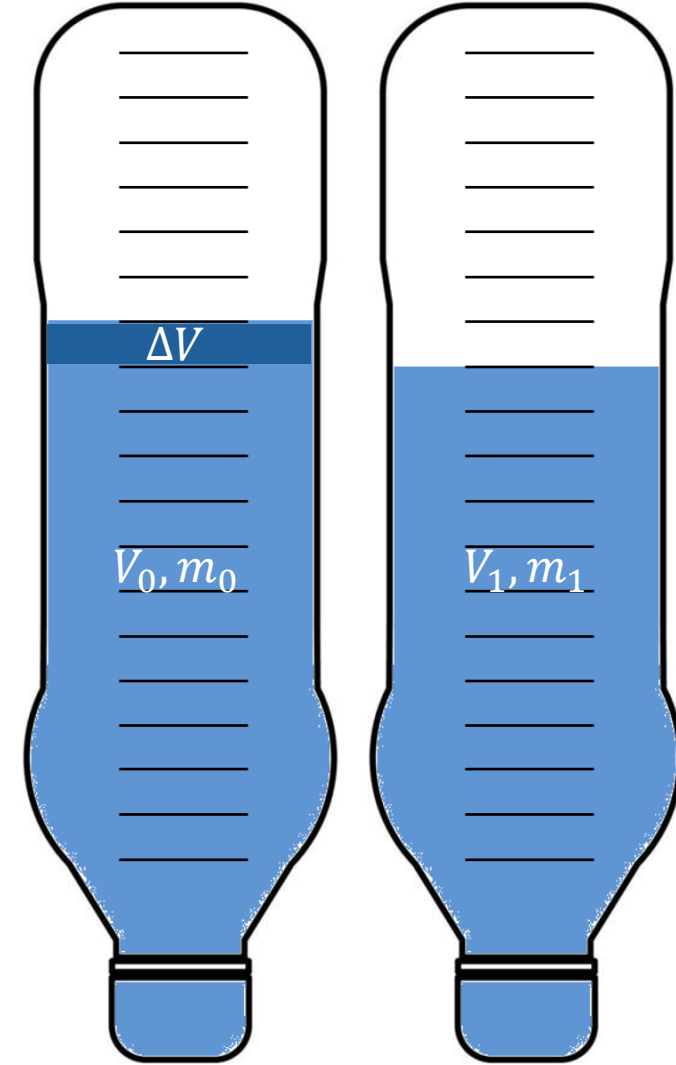
$$V_1 = V_0 - \Delta V$$

- Masse Δm von dieser Wassermenge:

$$\Delta m = \Delta V \cdot \rho_W$$

- Änderung Masse Rakete (Leermasse + Wasser):

$$m_1 = m_0 - \Delta m$$



Wasser ausgestossen

- Wassermenge ΔV wird durch rundes Ventil mit Radius r ausgestossen. Fliesst also Wassersäule mit Höhe Δh durch Ventil:

$$\Delta V = \pi r^2 \Delta h \quad \rightarrow \quad \Delta h = \frac{\Delta V}{\pi r^2}$$

- Geschwindigkeit ausströmendes Wasser

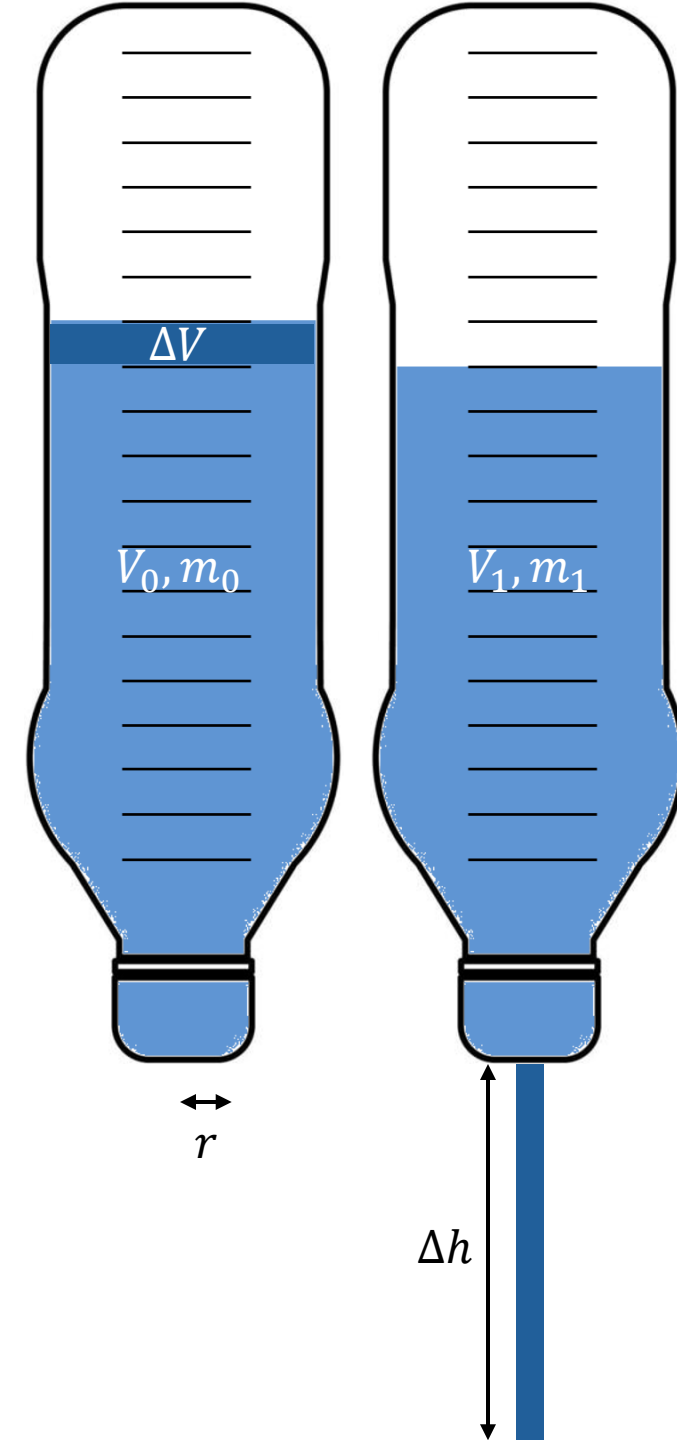
$$\rightarrow v_W = \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

- Impulsänderung durch ausströmendes Wasser:

$$\Delta p = \Delta m \cdot v_W$$

- Kraftstoss: Impulsänderung Δp aufgrund von ausströmendem Wasser bewirkt Schubkraft auf Rakete:

$$F_S = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$



Kräfte

- Auf Rakete wirken drei Kräfte:
 - Schubkraft durch ausgestossenes Wasser:

$$F_S = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

- Gravitationskraft:

$$F_G = m \cdot g$$

- $m = \frac{m_0 + m_1}{2}$, Mittelwert von Masse vor und nach Ausstoss von Δm

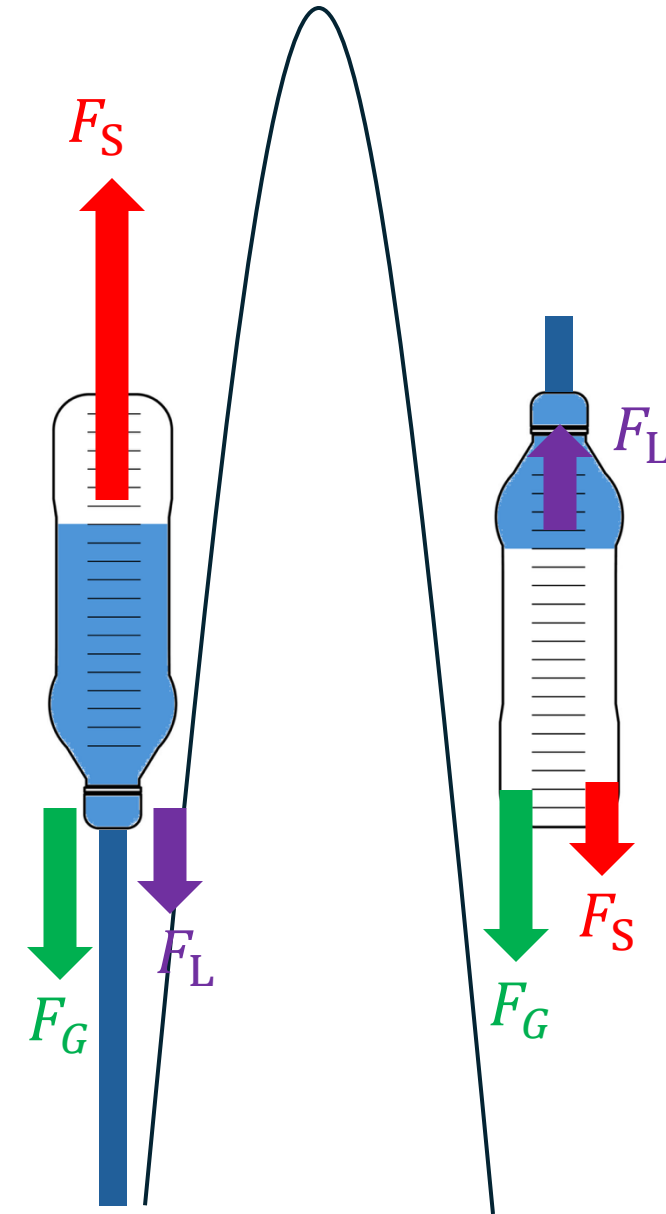
- Luftwiderstand:

$$F_L = \frac{1}{2} \cdot A \cdot c_W \cdot \rho_L \cdot v^2$$

- A : Fläche Rakete
 - ρ_L : Dichte Luft
 - c_W : Widerstandskoeffizient abh. von Form,
 $c_W \approx 0.3$
 - [https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_\(physics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_(physics))

Shape		Drag Coefficient
Sphere	→ 	0.47
Half-sphere	→ 	0.42
Cone	→ 	0.50
Cube	→ 	1.05
Angled Cube	→ 	0.80
Long Cylinder	→ 	0.82
Short Cylinder	→ 	1.15
Streamlined Body	→ 	0.04
Streamlined Half-body	→ 	0.09

Measured Drag Coefficients



Beschleunigung

- Resultierende Kraft:

$$F_{\text{res}} = F_S + F_G + F_L$$

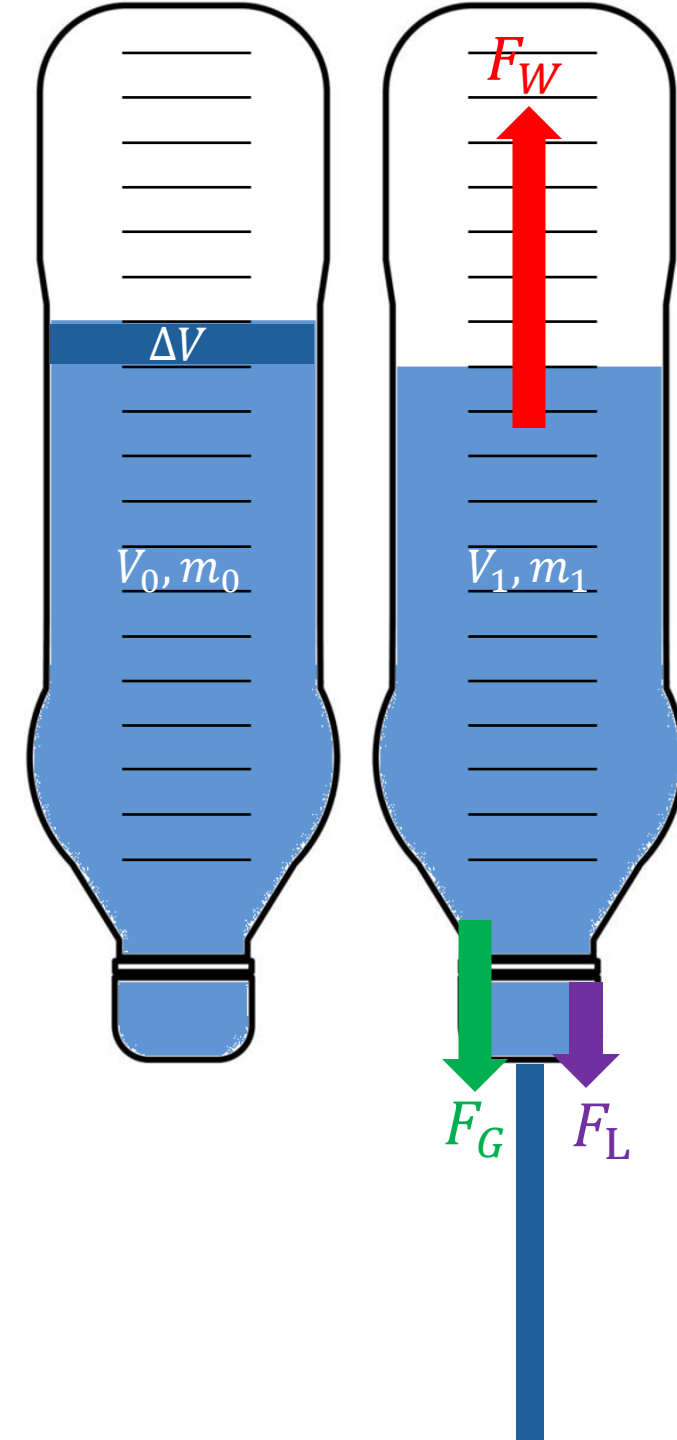
- Achtung: Kräfte können negative Vorzeichen haben!

- Beschleunigung der Rakete:

$$a = \frac{F_{\text{res}}}{m}$$

- 2. Newtonsches Gesetz

- $m = \frac{m_0 + m_1}{2}$



Integration

- Definition Geschwindigkeit & Beschleunigung:
 - Geschwindigkeit = Änderung der Position mit der Zeit:
$$v(t) = s'(t)$$
 - Beschleunigung = Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit:
$$a(t) = v'(t) = s''(t)$$
- Kennen Beschleunigung der Rakete. Erhalten ...
 - Geschwindigkeit v durch 1x integrieren
 - Position/Höhe h durch erneutes integrieren
- Kennen Geschwindigkeit und Höhe zum Start: beide = 0
- Schrittweise integrieren:
 - $v_1 = v_0 + a \cdot t$
 - $h_1 = h_0 + v_1 \cdot t$
- Wieder hole dies nun für jeden Zeitschritt

Beispiel

- Messdaten:

Zeit [t]	Volumen Wasser [l]
0	1
0.3	0.5
0.6	0.3
0.87	0.2
1.24	0.1
1.76	0
2	0
2.5	0
3	0

Beispiel

Zeit [t]	Volumen Wasser [l]	Beschleunigung a [m/s^2]	Geschwindigkeit v [m/s]	Höhe h [m]
0	1	0	0	0
0.3	0.5	41.56	12.47	3.74
0.6	0.3			
0.87	0.2			
1.24	0.1			
1.76	0			
2	0			
2.5	0			
3	0			

Schritt 1:

$$\Delta t = 0.3s - 0s = 0.3s$$

...

$$a = 41.56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = 0 + a \cdot \Delta t = 41.56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.3s = 12.47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h = 0 + v \cdot \Delta t = 12.47 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.3s = 3.74\text{m}$$

Beispiel

Zeit [t]	Volumen Wasser [l]	Beschleunigung a [m/s^2]	Geschwindigkeit v [m/s]	Höhe h [m]
0	1	0	0	0
0.3	0.5	41.56	12.47	3.74
0.6	0.3	3.71	13.58	7.81
0.87	0.2			
1.24	0.1			
1.76	0			
2	0			
2.5	0			
3	0			

Schritt 2:

$$\Delta t = 0.6s - 0.3s = 0.3s$$

...

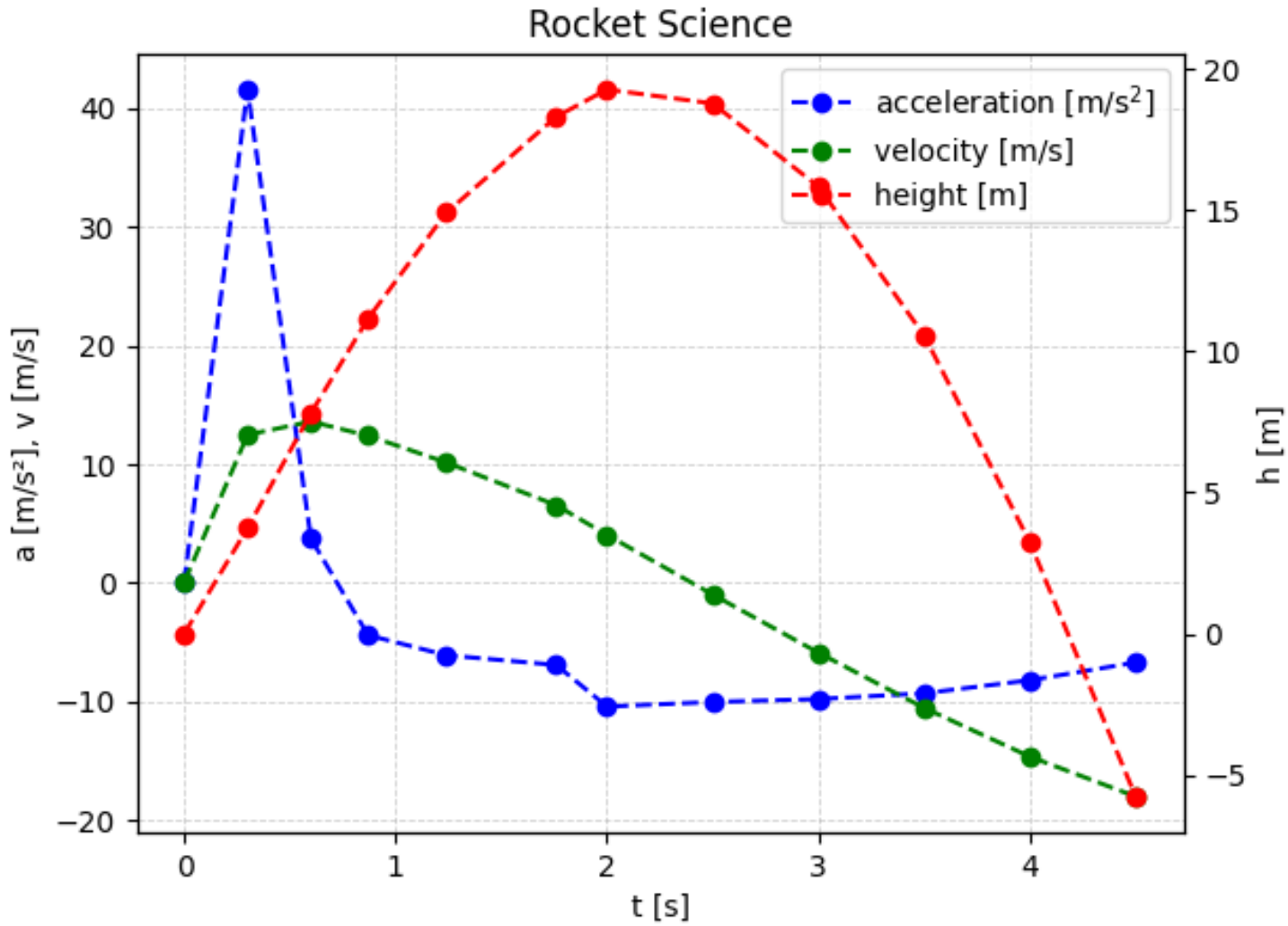
$$a = 3.71 \frac{m}{s^2}$$

$$v = 12.47 \frac{m}{s} + 3.71 \frac{m}{s^2} \cdot 0.3s = 13.58 \frac{m}{s}$$

$$h = 3.74m + 13.58 \frac{m}{s} \cdot 0.3s = 7.81m$$

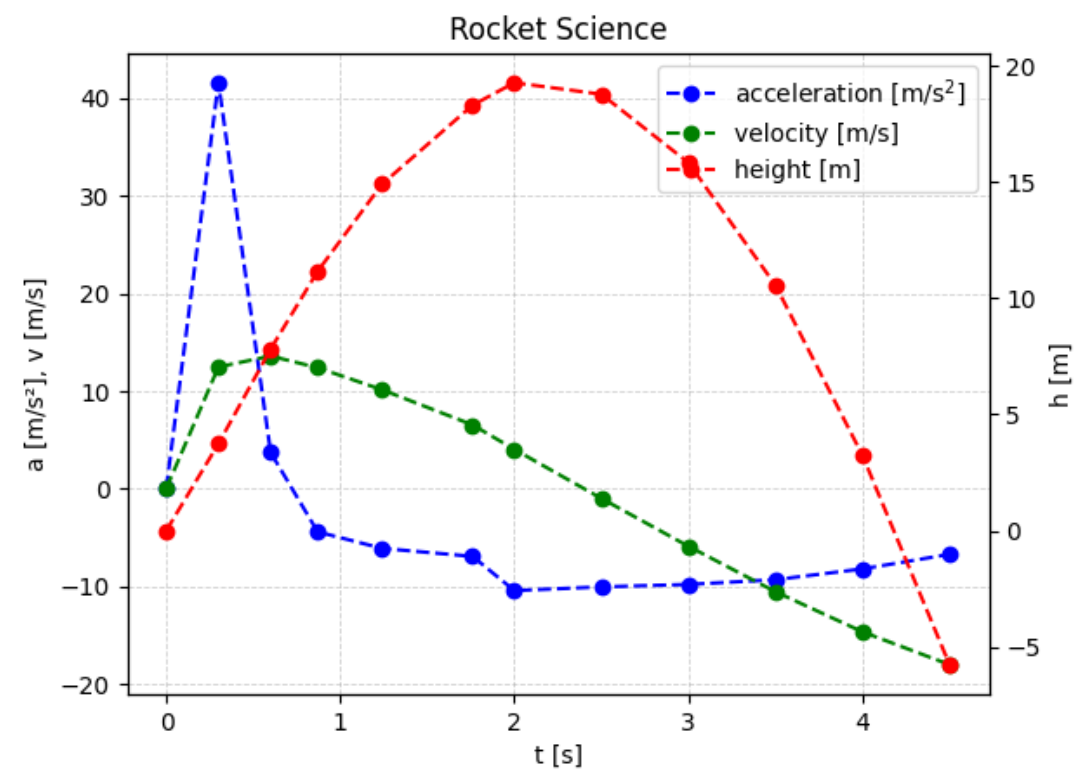
Beispiel

Zeit [t]	Volumen Wasser [l]
0	1
0.3	0.5
0.6	0.3
0.87	0.2
1.24	0.1
1.76	0
2	0
2.5	0
3	0



Grafiken

Für jeden Flug:



maximale Flughöhe

