# GF Informatik: Zahlensysteme

Andreas Schärer & Tom Hofmann

1M

2025-2026

# Inhaltsverzeichnis

# 1 Einführung

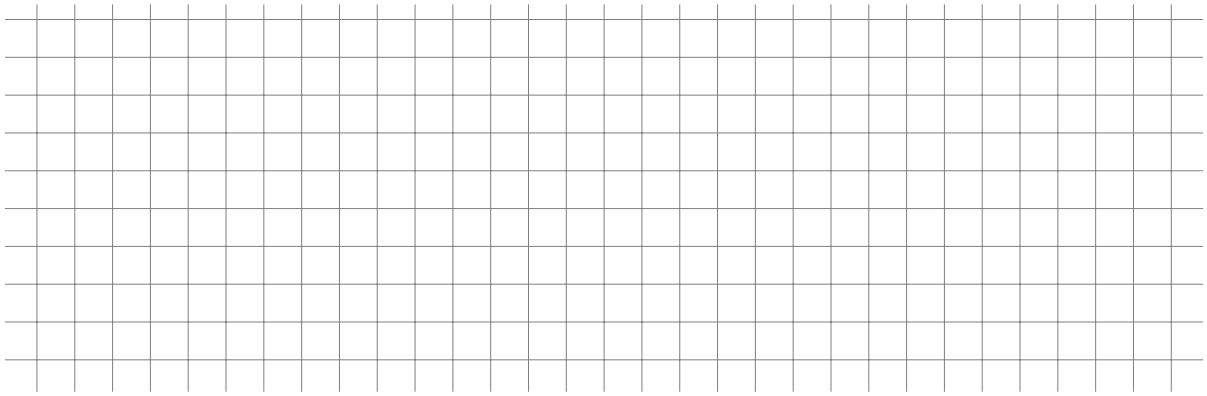
Wir sind es uns gewohnt, im Dezimalsystem, also dem 10er-System, zu arbeiten. Ein Computer hingegen arbeitet im Dualsystem (Binärsystem), also dem Zahlensystem, welches nur aus Nullen und Einsen besteht. Zum Beispiel hat die Dezimalzahl 37 im Binärsystem die Form 100101.

Doch warum rechnet ein Computer nur mit 0 und 1? Ein Computer besteht aus vielen elektronischen Bauteilen, in denen entweder Strom fliessen kann oder eben nicht. Die 1 steht dabei für 'es fliesst Strom' und die 0 für 'es fliesst kein Strom'. Diese beiden Zustände können mit einem **Bit** dargestellt werden. Ein Bit ist die kleinste mögliche Informationseinheit. Sie hat zwei Möglichkeiten: 0 oder 1. Die Binärzahl 100101 besteht also aus 6 Bits.

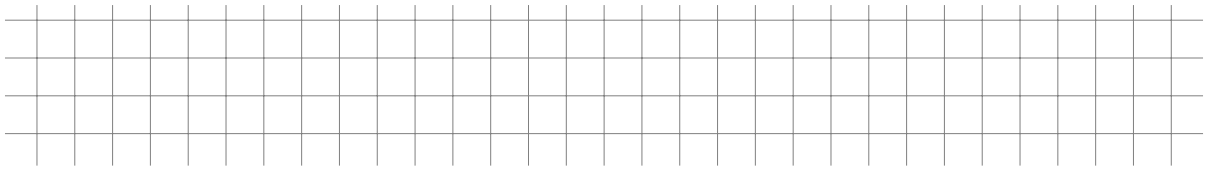
In diesem Dossier geht es darum, wie man Zahlen in Zahlensystemen darstellen und interpretieren kann. Betrachten wir die Zahl 100. Wahrscheinlich denkst du sofort 'Hundert'! Dies ist aber nur der Fall, wenn wir diese Zahl im uns bekanntesten Zahlensystem, dem Dezimalsystem, betrachten. Betrachtet man diese Zahl hingegen im Binärsystem, so hat es den Wert 4 im Dezimalsystem. Damit man eine Zahl sinnvoll interpretieren kann, muss man also immer wissen, in welchem Zahlensystem sie dargestellt wird.

Wir werden uns hier hauptsächlich mit dem Dualsystem beschäftigen und schauen, wie dort Grundoperationen wie das Addieren und Subtrahieren funktionieren.

**Beispiel: Mit den Fingern zählen.** Wie weit kann man mit einer Hand zählen? Mache für die ersten paar Beispiele eine Skizze?



Wie weit kann man mit zwei Händen zählen?



# 2 Zahlensysteme

**Definition 2.1**

Ein **Zahlensystem** ist ein System, mit dem Zahlen dargestellt werden. Es wird durch seine **Basis** und seine **Nennwerte** festgelegt.

Beispiele für Zahlensysteme sind das uns sehr vertraute Dezimalsystem (Basis 10), das Binärsystem (Basis 2) oder das Hexadezimalsystem (Basis 16).

Im **Dezimalsystem** (auch **Zehnersystem**) ist die Basis 10 und die Nennwerte sind 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 und 9. Die Zahl $1903_{10}$ ist dann wie folgt zu interpretieren:

$$1903_{10} = 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 3 \times 10^0 \tag{1}$$

Mit der *kleinen Zahl unten rechts* (10) deuten wir an, dass die Zahl im Dezimalsystem zu betrachten ist. Lässt man diese Zahl weg, schreibt man also z.B. 576, so bedeutet dies (meistens), dass die Zahl im Dezimalsystem steht.

**Aufgabe 2.1**

a) Teile die Zahl $41\,086_{10}$ auf wie im Beispiel oben. Was sind ihre Nennwerte? Was ist die Basis?

b) Was ist die Basis im Dualsystem? Was sind die Nennwerte?

# 3 Binärsystem

## 3.1 Grundlagen

"*I told my friend 10 jokes about the binary system - He didn't get either of them!*"

**Definition 3.1**

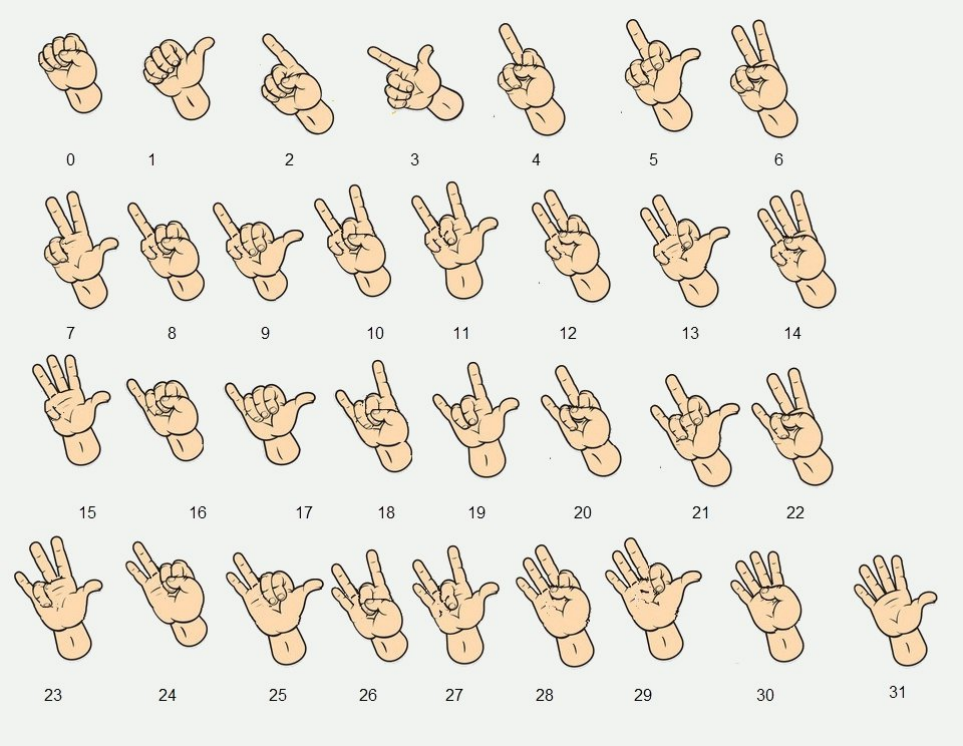
Die kleinste Informationseinheit ist das **Bit**, es hat zwei Möglichkeiten: es kann entweder 0 oder 1 sein. In der Welt der Elektrotechnik hat diese eine besondere Relevanz, da diese den beiden Zuständen 'es fliesst kein Strom (0)' oder 'es fliesst Strom (1)' entsprechen.

Deshalb ist da das **Binärsystem** (auch **Dualsystem** oder **Zweiersystem**) wichtig: Die Basis ist 2 und die Nennwerte sind 0 und 1. Eine Binärzahl besteht also aus mehreren Bits.

Das **Umrechnen einer Binärzahl in eine Dezimalzahl** geht ganz einfach. Für die Zahl $100101_2$ geht man wie folgt vor:

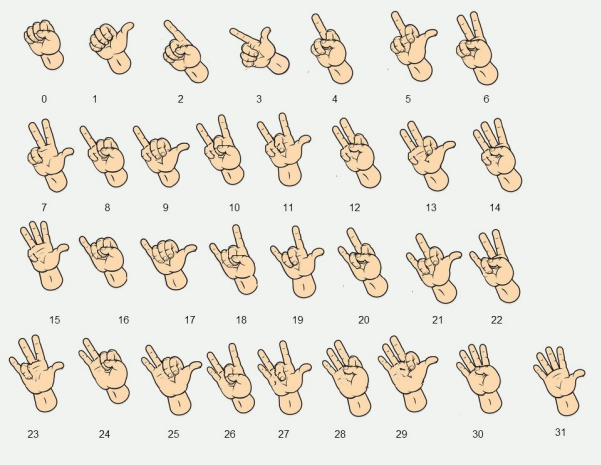
$$\begin{aligned} 100101_2 &= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 32_{10} + 4_{10} + 1_{10} \\ &= 37_{10} \end{aligned} \tag{2}$$

Im Bild unten siehst du, wie man mit den Fingern einer Hand binär bis auf 31 zählen kann.



**Aufgabe 3.1**

Verwende die **Grafik** von der letzten Seite zum Lösen der Aufgabe:




a) Wandle die Binärzahl $10001_2$ ins Dezimalsystem um. Tue dies zuerst mithilfe der Grafik oben. Überprüfe danach dein Resultat rechnerisch (wie im Beispiel auf der letzten Seite).

b) Wandle die Dezimalzahl $28_{10}$ mithilfe der Grafik oben ins Binärsystem um. Hier soll nichts gerechnet werden!

c) Warum ist die Binärzahl $10010_2$ die Lieblingszahl von jedem Heavy Metal Fan?

**Aufgabe 3.2**

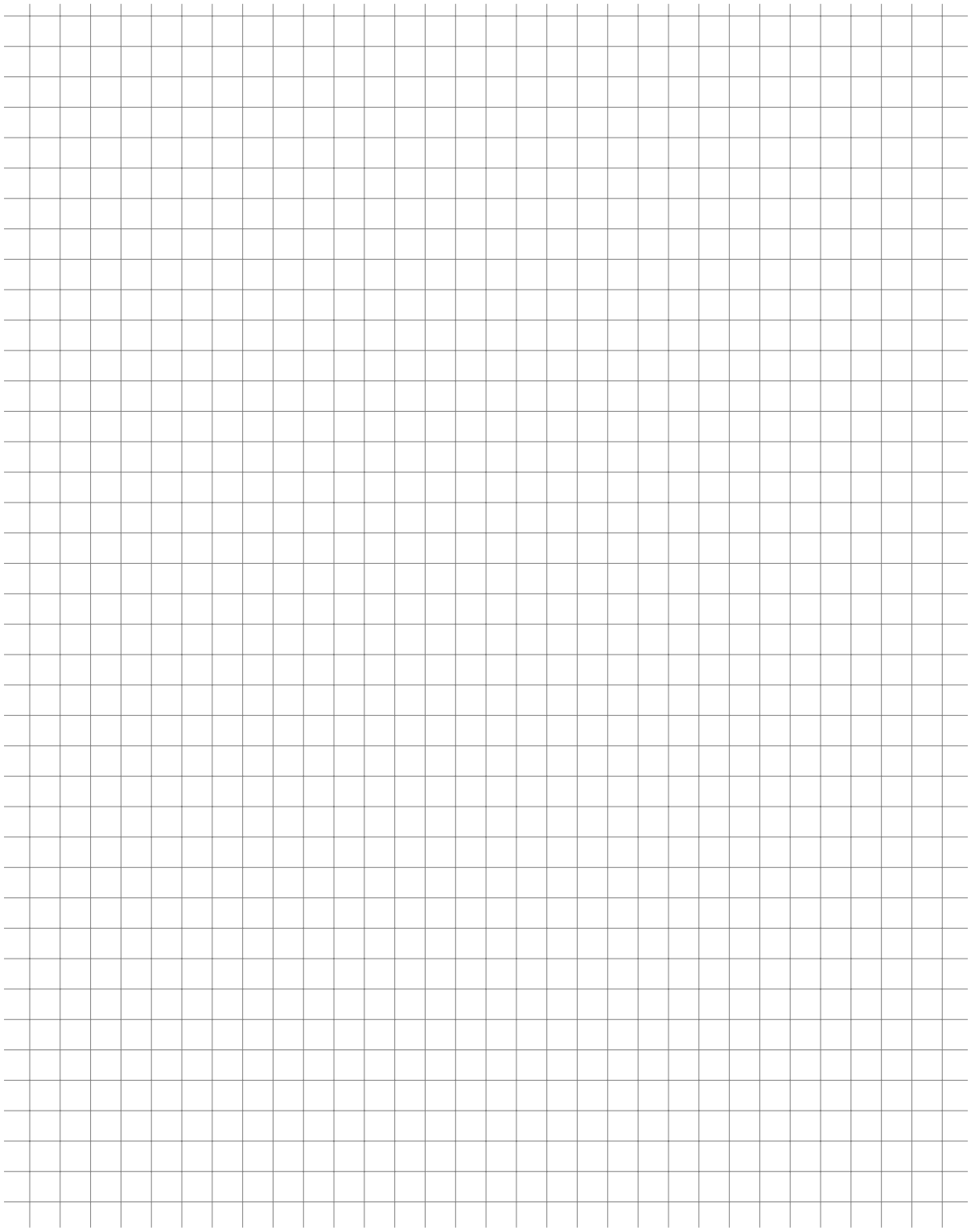
Wandle die Binärzahlen ins Dezimalsystem um. Gehe dabei *rechnerisch* vor. Jeder Rechenschritt muss dabei klar ersichtlich sein.

a) $111_2$

b) $1000011_2$

c) $1101010_2$

d) $100010001000_2$



**Aufgabe 3.3**

**Code: Binärzahl zu Dezimalzahl**. Schreibe in Python eine Funktion `binary_to_decimal(b)`, welche eine Binärzahl `b` in die zugehörige Dezimalzahl umwandelt und zurückgibt. Überprüfe deinen Code, indem du diesen auf die Beispiele aus der letzten Aufgabe anwendest.

Dazu einige Tipps:

- Schreibe die Binärzahl als String, z.B. `b = '100101'`.
- Ein String kann dann behandelt werden wie ein Array. Mit `b[2]` kann man den dritten Buchstaben des Strings `b` auslesen. Auch kann man genau gleich mit einer for-Schleife (`for digit in b: ...`) durch alle Buchstaben des Strings durchgehen.

Füge hier einen Screenshot deines Codes ein:

**Aufgabe 3.4**

Nimmt man 8 Bits zusammen, so erhält man ein **Byte**, zum Beispiel $1001\,1010_2$. Löse alle Aufgaben in dieser Aufgabe *rechnerisch*. Verwende deinen Code aus der letzten Aufgabe nur, um deine Resultate zu überprüfen.

a) Wieviele verschiedenen Zustände kann man mit einem einzigen Byte ausdrücken und warum?

b) Mit einem Byte sollen positive ganze Zahlen inklusive 0 ausgedrückt werden. Was ist die grösste mögliche Zahl? Notiere als Binär- und Dezimalzahl.

c) Es solle nun nicht nur 1 Byte, sondern $x$ Bytes zur Verfügung stellen. Was ist nun die grösste mögliche Zahl, die man damit darstellen kann.

d) Wie viele Bytes benötigt man, um den Kontostand von Elon Musk speichern zu können? (Stand Frühling 2023: 175 Mia.$)

.

Wir wissen nun, wie man Binärzahlen in Dezimalzahlen umwandelt. Ziel dieser Aufgabe ist herauszufinden, wie der umgekehrte Schritt funktioniert: Das **Umwandeln von Dezimalzahlen in Binärzahlen.**

Dazu gibt es einen *Algorithmus*, welcher wie folgt funktioniert: Starte mit der gegebenen Dezimalzahl und dividiere sie durch 2 und notiere das Resultat sowie den Rest. Wiederhole nun diesen Schritt, allerdings startest du nun mit dem Resultat des letzten Schritts. Dies wiederholst du solange, bis als Resultat 0 herauskommt. Die Binärzahl ist dann gegeben durch die Reste der Divisionen und zwar in umgekehrter Reihenfolge. Dieser Algorithmus wird der **Restwert-Algorithmus** genannt.

Schauen wir uns diesen Algorithmus für die Zahl $42_{10}$ an:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Schritt 1: | 42 | / | 2 | = | 21 | Rest: | 0 |
| Schritt 2: | 21 | / | 2 | = | 10 | Rest: | 1 |
| Schritt 3: | 10 | / | 2 | = | 5 | Rest: | 0 |
| Schritt 4: | 5 | / | 2 | = | 2 | Rest: | 1 |
| Schritt 5: | 2 | / | 2 | = | 1 | Rest: | 0 |
| Schritt 6: | 1 | / | 2 | = | 0 | Rest: | 1 |

Das Resultat ist also

$$42_{10} = 101010_2$$

Damit man diese Rechnung auch etwas kürzer - aber doch übersichtlich - darstellen kann, bietet sich folgende Darstellung an:

| **42** | |
|---|---|
| 21 | 0 |
| 10 | 1 |
| 5 | 0 |
| 2 | 1 |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

**Aufgabe 3.5**

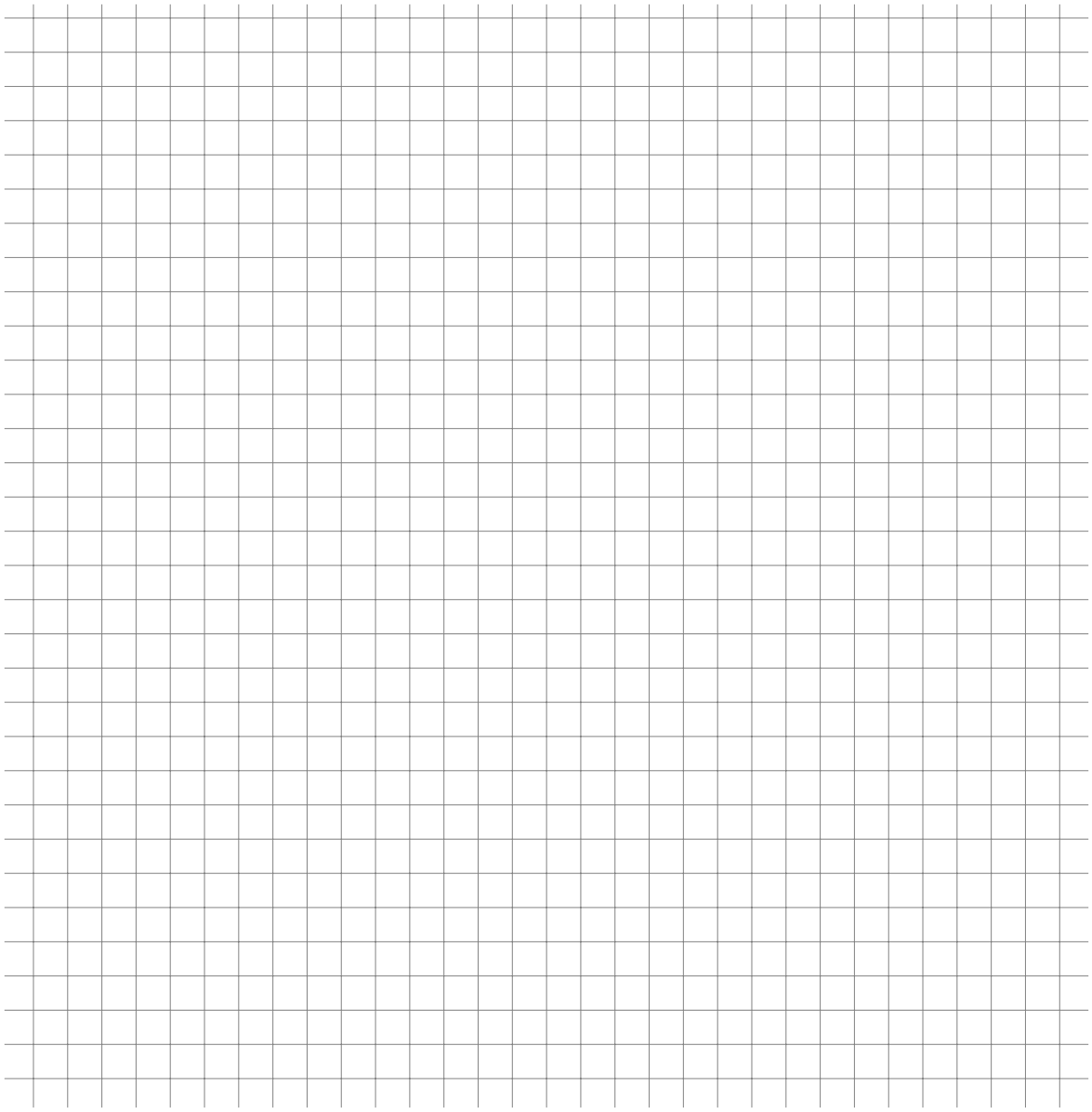
Wandle folgende Dezimalzahlen mit Hilfe des Restwert-Algorithmus in Binärzahlen um. Achte auf eine saubere und klare Darstellung.

a) $13_{10}$

b) $19_{10}$

c) $217_{10}$

d) $56\,379_{10}$



### Aufgabe 3.6

**Code: Dezimalzahl zu Binärzahl mit Restwert-Algorithmus**. Schreibe eine Funktion `decimal_to_binary(d)`, welche eine Dezimalzahl `d` in die zugehörige Binärzahl umrechnet und zurückgibt. Implementiere dazu den Restwert-Algorithmus. Überprüfe deinen Code, indem du diesen auf die Beispiele aus der letzten Aufgabe anwendest.

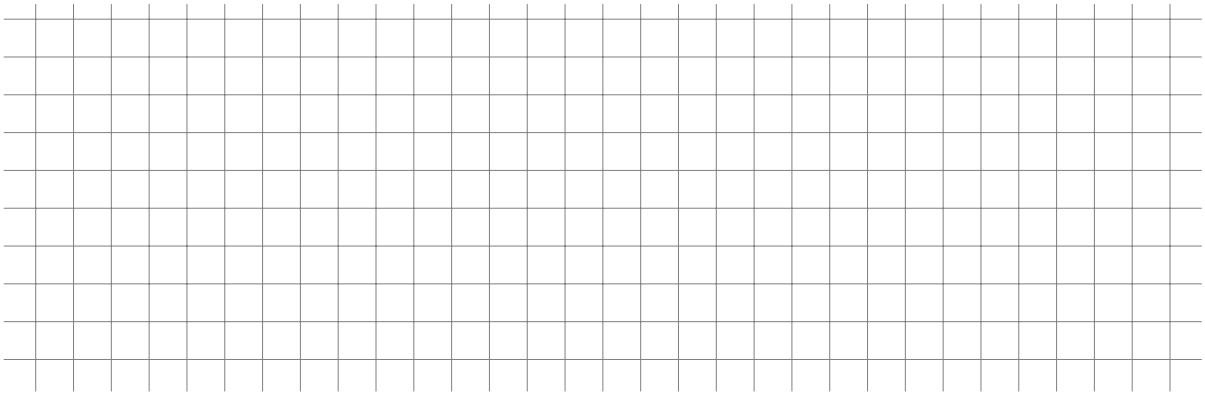
Füge hier einen Screenshot deines Codes ein:

## 3.2 Addition

**Aufgabe 3.7**
Das **schriftliche Addieren von zwei binären Zahlen** funktioniert nach dem gleichen Prinzip wie das schriftliche Addieren von Dezimalzahlen, welches man in der Primarschule lernt.

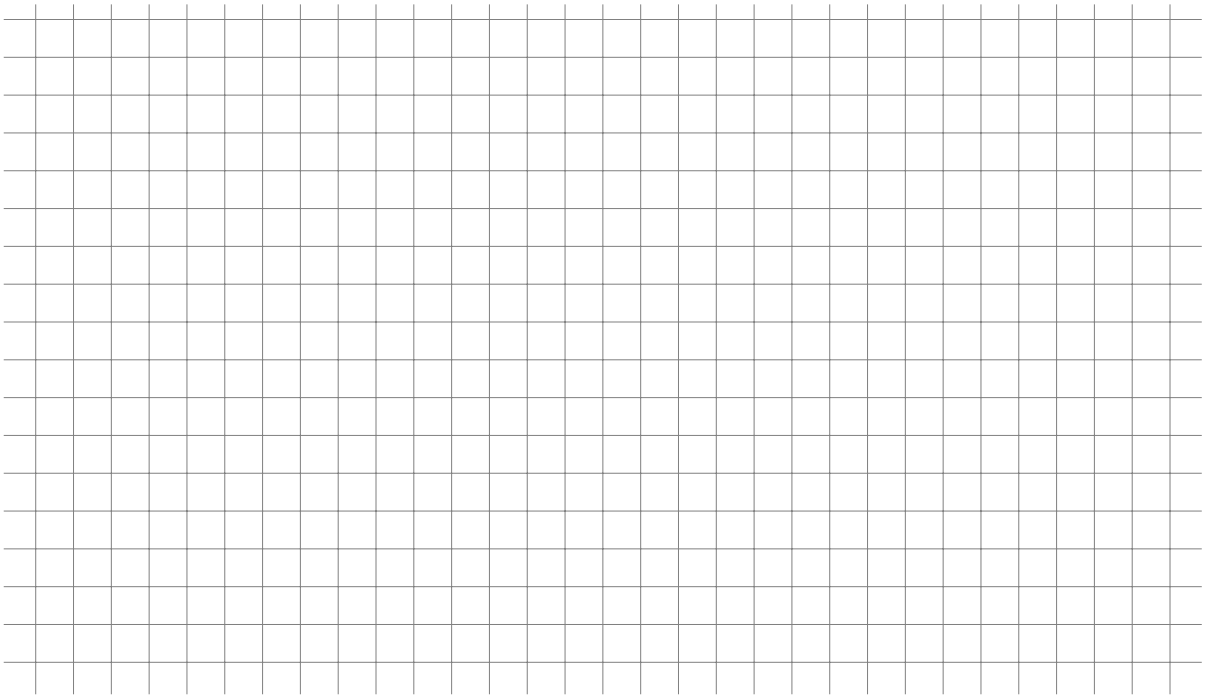
a) Führe zum Aufwärmen die folgende Addition zweier Dezimalzahlen schriftlich aus:

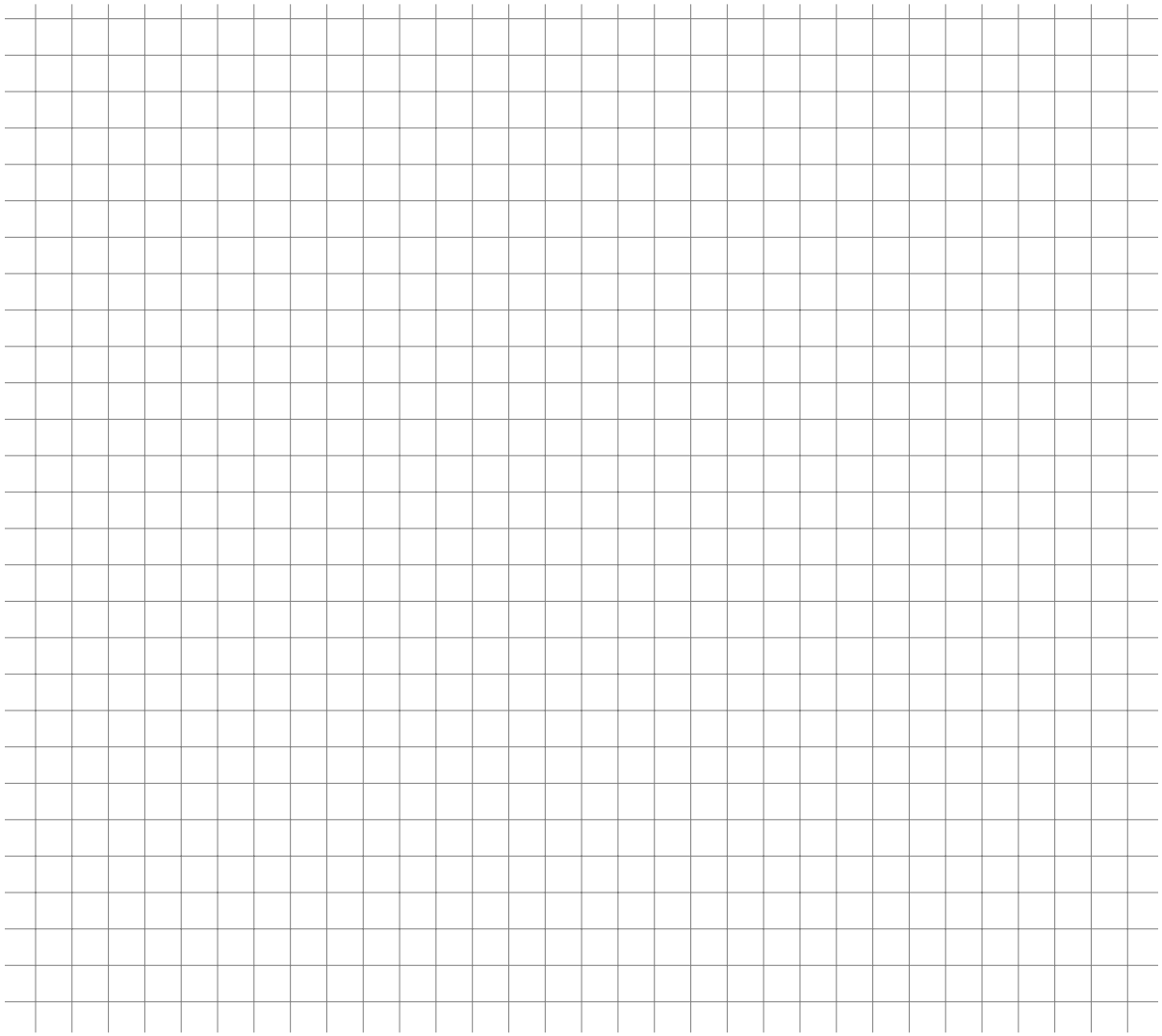
$$50\,974_{10} + 81\,963_{10}$$



b) Führe nun folgende Additionen schriftlich aus:

- $1100\,1100_2 + 0011\,0011_2$
- $1100\,1011_2 + 1010\,1110_2$
- $1101\,0010_2 + 1100\,0101_2$
- $1110\,1111_2 + 1011\,0101_2$





**Aufgabe 3.8**

**Code: Addition von Binärzahlen**. Schreibe nun eine Funktion `binary_add(a,b)` welches zwei Binärzahlen `a` und `b` (als Strings gegeben) addiert und zurückgibt. Dabei soll vorgegangen werden wie gerade eben gelernt. Es ist nicht erlaubt, die Binärzahlen in Dezimalzahlen umzurechnen und dann zu addieren.

*Tipp 1:* Gehe zuerst einmal davon aus, dass die beiden Binärzahlen gleich lang sind, z.B.:

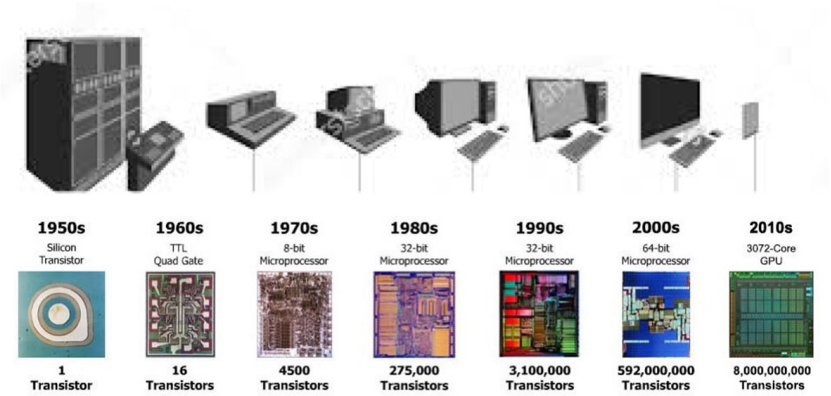
```
binary_add('101010','111100')
```

Wenn der Code funktioniert, erweitere ihn so, dass er für beliebige Binärzahlen funktioniert.

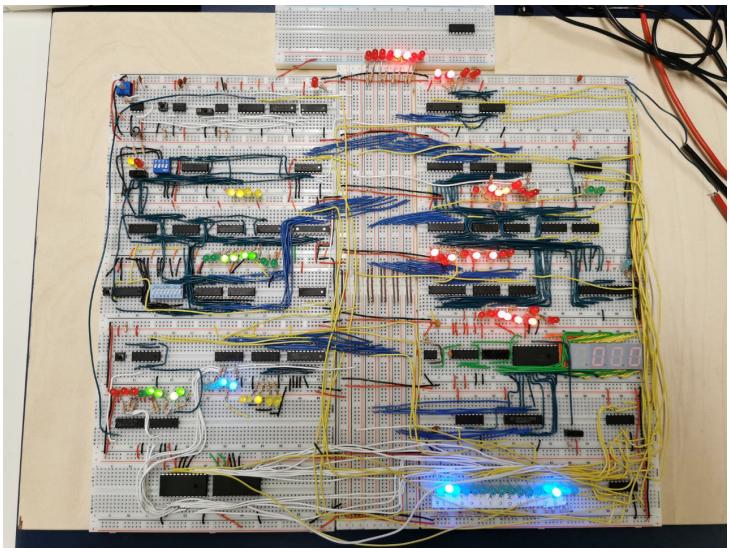
*Tipp 2:* Gehe die beiden Binärzahlen gemeinsam von rechts nach links durch. Addiere an jeder Stelle die beiden Ziffern und addiere den Rest des vorherigen Schrittes hinzu.

## 3.3 Computer-Architekturen

Moderne Computer wie dein Laptop haben eine **64-Bit Architektur**. Das heisst, dass der Prozessor mit 64−Bit Zahlen rechnet, also Zahlen, die aus 64 Nullen und Einsen bestehen. Dies war aber noch nicht immer der Fall, wie die Grafik unten zeigt:




Das folgende Bild zeigt eine 8−Bit CPU und wurde von TALIT-Schülern gebaut:



## 3.4 Negative Zahen & Subtraktion

In der Mathematik ist die Subtraktion keine eigene Operation, denn sie ist durch die Addition definiert: $a-b = a+(-b)$, oder: 'Subtraktion' = 'Addition der Gegenzahl'. Damit man eine Binärzahl von einer anderen subtrahieren kann, muss man deshalb zuerst festlegen, wie man **negative Zahlen** ausdrückt.

Man könnte sich zum Beispiel darauf einigen, dass das Bit ganz links über das Vorzeichen entscheidet und der Absolutwert der Zahl durch die restlichen Bits festgelegt ist. Dann wäre $0101_2 = +5_{10}$ und $1101_2 = -5_{10}$. Dies birgt aber ein Problem: Addiert man eine Zahl mit seiner Gegenzahl, so möchte man 0 erhalten. Dies ist mit dieser Definition aber nicht der Fall: $0101_2 + 1101_2 = 10010_2 \neq 0$. Deshalb verwerfen wir diesen Ansatz, um negative Zahlen darzustellen.

Stattdessen wird eine negative Zahle durch ihr **2er-Komplement** ausgedrückt.

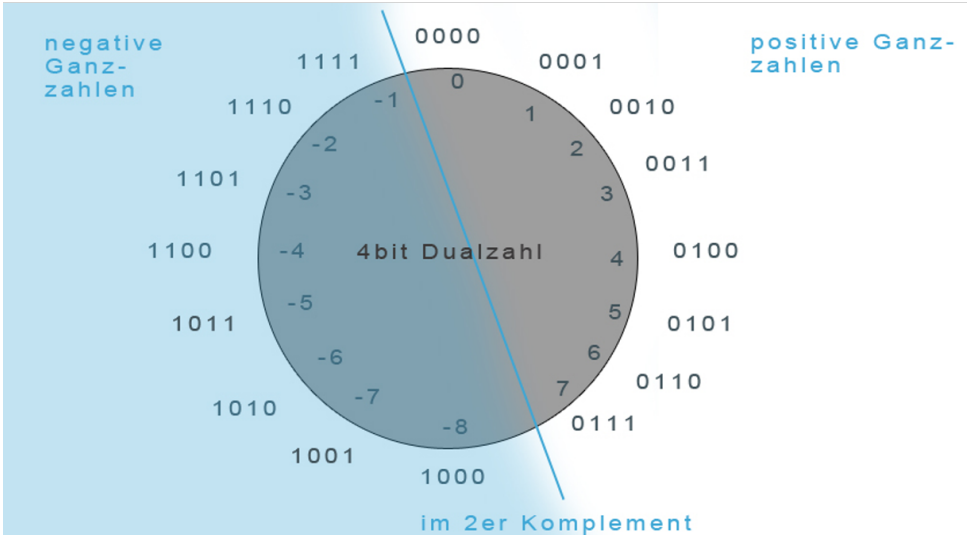
Betrachten wir eine 4−Bit CPU. Jeder Zahl stehen also 4 Bits zur Verfügung - egal ob sie positiv oder negativ ist. Die Dezimalzahl 5 ist offensichtlich $0101_2 = +5_{10}$. Die Gegenzahl $-5$ soll nun durch diejenige 4−Bit Zahl ausgedrückt werden, die in der Summe mit 0101 genau 0000 ergibt:

$$\begin{array}{cccccc} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & ? & ? & ? & ? \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Wie du dich unschwer selbst davon überzeugen kannst, muss man für die vier Fragezeichen die Zahlen 1011 einsetzen, die Antwort ist also: $-5_{10} = 1011_2$. Machen wir die Kontrolle:

$$0101_2 + 1011_2 = 1\,0000_2$$

Beachte, dass wir im fünften Bit eine Eins erhalten - dieses Bit ist aber irrelevant, da wir nur in 4 Bits arbeiten. Eine 4−Bit CPU kann dieses 5 Bit gar nicht handeln und es fällt einfach weg! Die folgende Grafik zeigt alle ganzen Zahlen, die eine 4−Bit CPU darstellen kann:




Man sagt, dass $1011_2$ das **2er-Komplement** von $0101_2$ in 4−Bit ist.

Das **2er-Komplement** kann man nach folgendem Rezept bilden:

1. Die Zahl wird in der gewünschten Anzahl Bits ausgedrückt.
2. Dann werden alle Bits invertiert ($0 \to 1, 1 \to 0$) ...
3. und am Schluss 1 dazu addiert.

Das Bit ganz links entscheidet hier also darüber, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

**Aufgabe 3.9**

a) Bestimme die Gegenzahl von $101101_2$ in 8−Bit.

b) Welche negative Dezimalzahl wird durch die Zahl $1010\,1011_2$ ausgedrückt?

**Aufgabe 3.10**

Führe die folgenden Subtraktionen aus. Bestimme dazu vom Subtrahend das 2er-Komplement und addiere dann die beiden Zahlen. Die einzelnen Zahlen sind als positive Zahlen zu interpretieren. Um das 2er-Komplement zu bilden, müssen sie also um ein Bit erweitert werden.

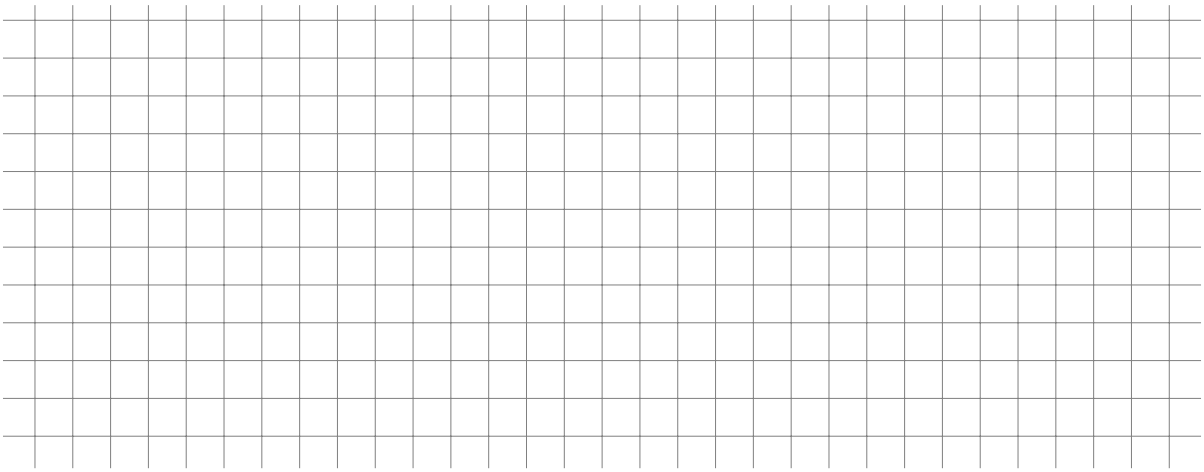
a) $1000\,0000_2 - 0001\,1111_2$

b) $1010\,1011_2 - 0110\,1011_2$

c) $1111\,0010_2 - 1000\,1111_2$

**Aufgabe 3.11**

Mit 4−Bits sollen ganze Zahlen (also positiv und negativ) ausgedrückt werden. Bestimme die grösst- und kleinstmögliche Zahl sowohl als Binär- wie auch als Dezimalzahl.



**Aufgabe 3.12**

a) **Code: 2er-Komplement**. Schreibe eine Funktion `binary_complement(b)`, der von einer Binärzahl das 2er-Komplement bestimmt. *Tipp:* Verwende deinen Code zur Addition von Binärzahlen, den du bereits geschrieben hast.

b) **Code: Subtraktion von Binärzahlen**. Schreibe eine Funktion `binary_sub(a,b)`, welche die Binärzahl `b` von der Binärzahl `a` (beide als Strings gegeben) subtrahiert. *Tipp:* Verwende den Code aus der vorherigen Teilaufgabe.

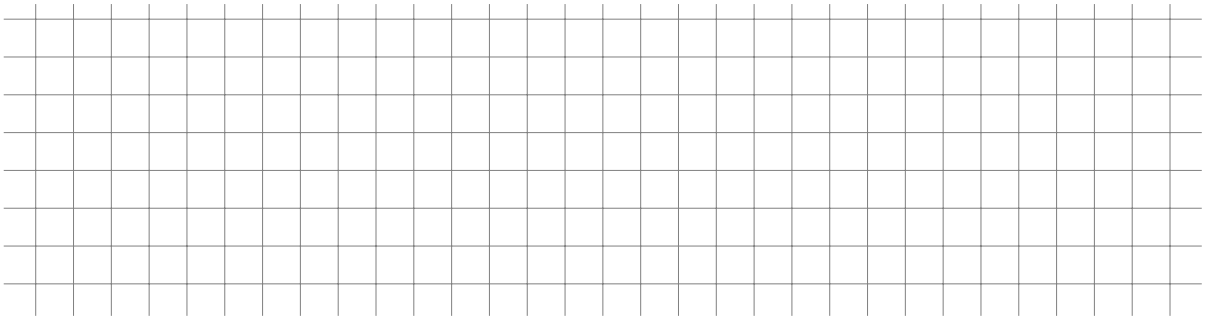
Füge hier einen Screenshot deines Codes ein:

## 3.5 Multiplikation

**Aufgabe 3.13**
Auch die **schriftliche Multiplikation von Binärzahlen** funktioniert analog zur derjenigen von Dezimalzahlen.

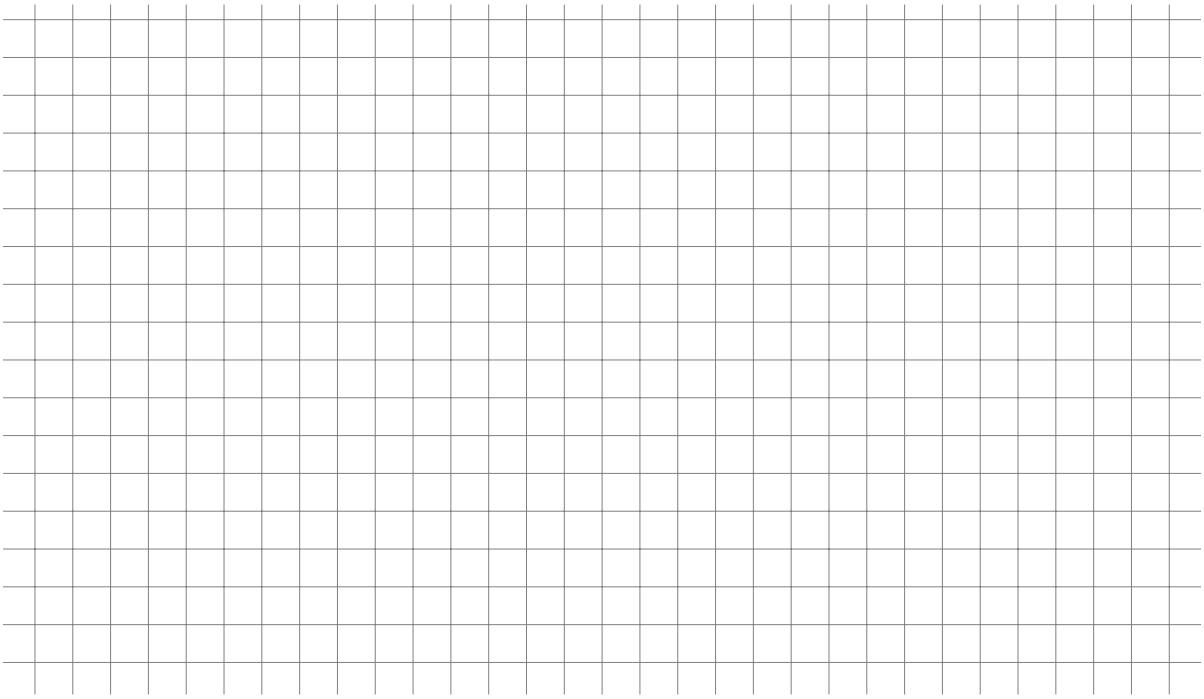
a) Multipliziere zur Auflockerung zuerst folgende Multiplikation *schriftlich* aus:

$$7905_{10} \cdot 3815_{10}$$



b) Multipliziere nun die folgenden Binärzahlen schriftlich. Achtung: Besonders aufpassen hier muss man mit den Überträgen am Schluss beim Aufsummieren. Ist die Summe 5, so notiert man eine 1 und bei der *übernächsten* Stelle einen Übertrag von 1, da $5_2 = 101_2$.

- $1101_2 \cdot 1111_2$
- $1001\,0010_2 \cdot 0110\,0011_2$
- $1111\,1011_2 \cdot 1110\,1011_2$
- $1100\,1011\,0011\,1101_2 \cdot 1110\,0111\,0111\,1010_2$



**Aufgabe 3.14**

**Code: Multiplikation von Binärzahlen**. Schreibe eine Funktion `binary_mult(a,b)`, welche zwei Binärzahlen multipliziert und zurückgibt. Gehe dabei vor wie gerade gelernt. Es ist nicht erlaubt, die Binärzahlen für die Multiplikation ins Dezimalsystem umzuwandeln!

Füge hier einen Screenshot deines Codes ein:

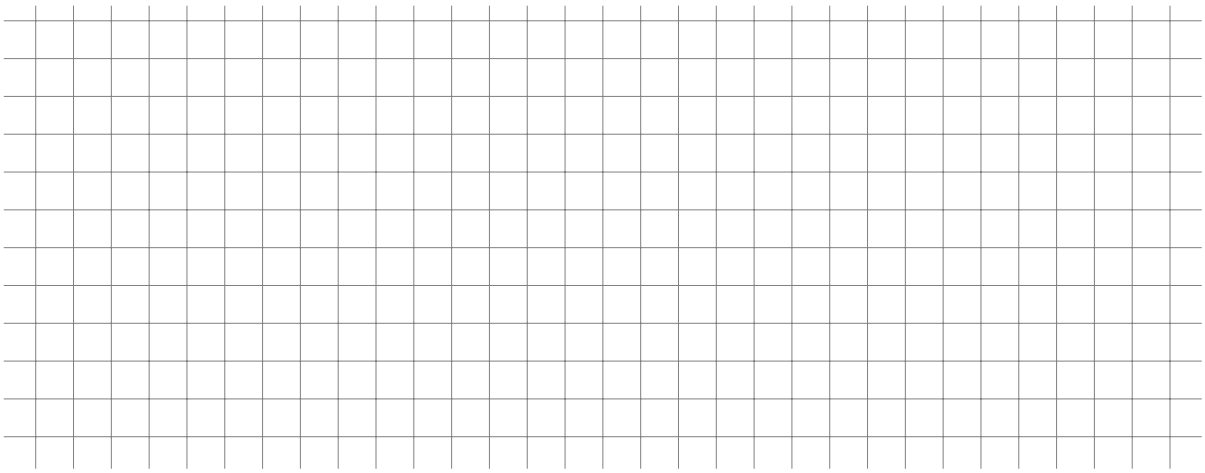
# 4 Hexadezimalsystem

In der Computerwelt ist auch das **Hexadezimalsystem**, das Zahlensystem mit Basis 16 und Nennwerten $0, 1, \ldots, 9, A, B, C, D, E, F$ weit verbreitet. Üblicherweise wird der Präfix 0x verwendet, um Hexadezimalzahlen zu kennzeichnen.

**Aufgabe 4.1**

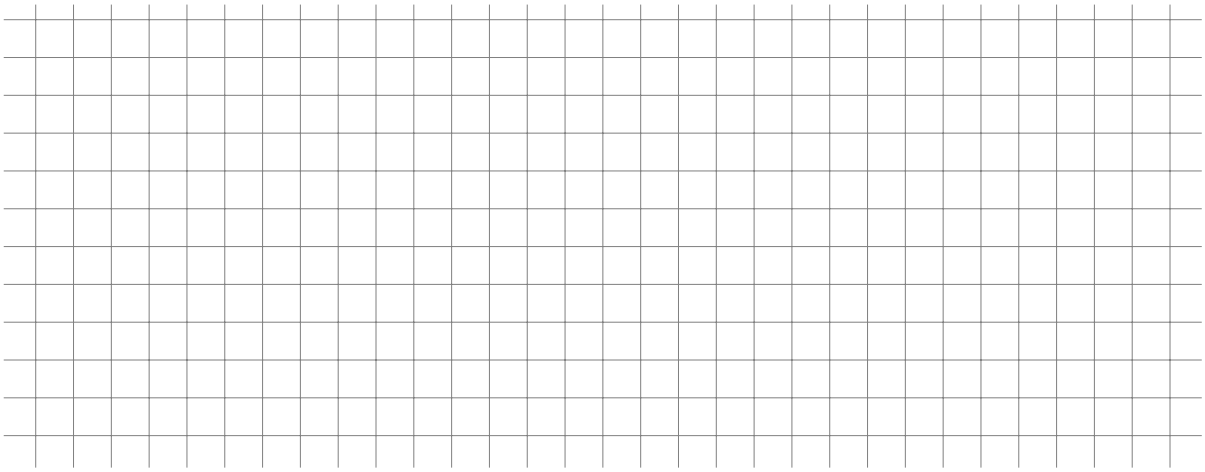
a) Wandle um vom Hexadezimalsystem ins Dezimalsystem:

- 0x C
- 0x A3
- 0x FFFF
- 0x B38A



b) Wandle um vom Dezimalsystem ins Hexadezimalsystem:

- $19_{10}$
- $32\,768_{10}$
- $56\,379_{10}$



Besonders nützlich ist das Hexadezimalsystem für Umrechnungen ins Binärsystem. Bekanntlich arbeitet der Computer im Binärsystem. In diesem werden aber selbst kürzeste Nachrichten sehr lange. Um Beispielsweise den Kontostand von Elon Musk im Frühling 2023 (175 Mia. Dollars) zu speichern, benötigt man 38 Bits. Oft verwendet man deshalb das Hexadezimalsystem, um Binärzahlen kompakt darzustellen, den die Umwandlung von Binärsystem in Hexadezimalsystem und umgekehrt geschieht fast ohne Rechenaufwand. Der Grund liegt darin, dass 16 eine 2er-Potenz ist.

Für die **Umwandlung von Binärsystem in Hexadezimalsystem** unterteilt man die Binärzahl von rechts aus in 4er Gruppen. Dann kann jede dieser Gruppen einzeln ins Hexadezimalsystem umgerechnet werden.

Beispiel:

$$1101101001101_2 = 1\,1011\,0100\,1101_2 = 1B\,4D_{16}$$

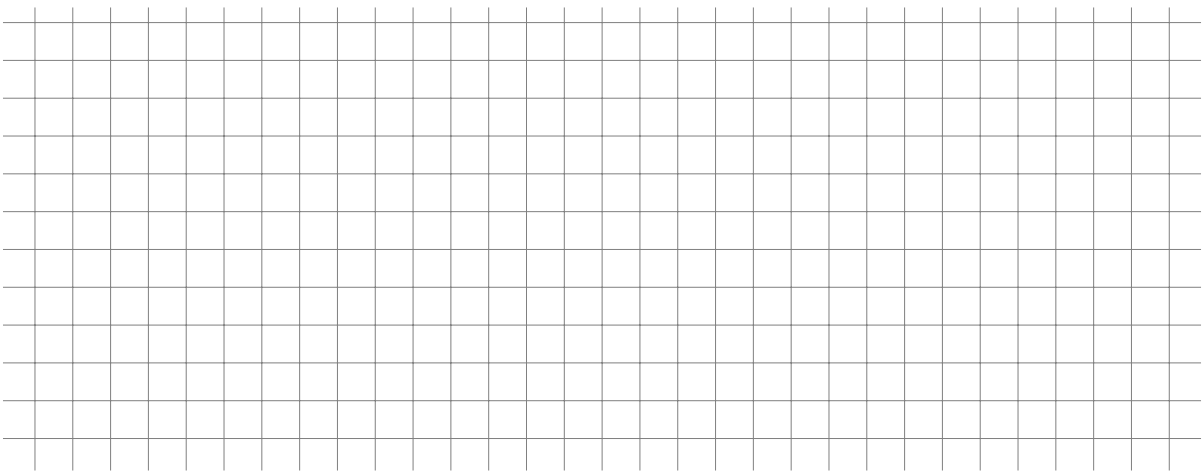
Weil:

- $1_2 = 1_{16}$
- $1011_2 = 11_{10} = B_{16}$
- $0100_2 = 4_{10} = 4_{16}$
- $1101_2 = 13_{10} = D_{16}$

Wie man sieht, muss man für die Umrechnung Binärsystem $\leftrightarrow$ Hexadezimalsystem eigentlich nur die Zahlen von 0 bis $1111_2 = 15_{10} = F_{16}$ umrechnen können.

**Aufgabe 4.2**
Wandle um Binärsystem $\leftrightarrow$ Hexadezimalsystem:

a) $1010011111_2 = 0x??$
b) $11000011101111111100111011010 10_2 = 0x??$
c) $0x\,ED = ??_2$
d) $0x\,9AF7 = ??_2$
e) $0x\,277F6C10 = ??_2$



**Aufgabe 4.3**
Zusatzaufgabe: Google und finde heraus, wofür die folgenden Zahlen in 'Hexspeak' stehen.

- 0x C0CAC01A, 0x ADD511FE
- 0x DEADC0DE
- 0x DECAFBAD
- 0x FEE1DEAD
- 0x BADCAB1E

# 5 Zusatzaufgaben

**Aufgabe 5.1**

**Random Number Generator:** Schreibe eine Funktion `random_nr(nr_digits,base=10)`, die eine Zufallszahl mir der angegebenen Anzahl Stellen im angegebenen Zahlensystem generiert und zurückgibt. Zum Beispiel könnte man für `random_nr(3,16)` die Hexzahl (als String) 'F18' erhalten.

Tipp 1: Verwende den String `'0123456789ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ'`, um die passenden Nennwerte zu ermitteln.

Tipp 2: Verwende deine Funktion, um dir zusätzliches Übungsmaterial zur Prüfungsvorbereitung zu generieren.

**Aufgabe 5.2**

**Umrechnung zwischen beliebigen Zahlensystemen:** Schreibe eine Funktion

`conversion_any_number_system(nr,base_1,base_2)`,

die eine Zahl 'nr' im Zahlensystem mit Basis 'base1' ins Zahlensystem mit Basis 'base2' umrechnet. Mit dieser Funktion soll man also auch zwischen exotischen Zahlensystemen wie dem 7er -System und dem 19er-System umrechnen können.

Tipp: Verwende den String `'0123456789ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ'`, um die passenden Nennwerte zu ermitteln.

**Aufgabe 5.3**

Programmiere eine **Binäruhr**, die die aktuelle Uhrzeit als Binärzahlen anzeigt.

Zwei Optionen:

1. **Konsole**: Uhrzeit wird als Binärstrings in Konsole ausgegeben
2. **GUI**: Uhrzeit wird graphisch dargestellt, nutze dazu TigerJython oder eine andere passende Python Library

# Lösungen

### Lösung Aufgabe 2.1

a)

$$41\,086_{10} = 4 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

b) Basis: 2, Nennwerte: 0, 1

### Lösung Aufgabe 3.1

a) $17_{10}$

b) $11100_2$

c) https://de.wikipedia.org/wiki/Mano_cornuta

### Lösung Aufgabe 3.2

a) $111_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 4 + 2 + 1 = 7$

b) $1000011_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 2^6 + 2 + 1 = 64 + 2 + 1 = 67$

c) $1101010_2 = 106$

d) $100010001000_2 = 2^{11} + 2^7 + 2^3 = 2184$

### Lösung Aufgabe 3.3

Schicke deinen Code per Teams deiner Lehrperson.

### Lösung Aufgabe 3.4

a) 8 bits mit je 2 möglichen Zuständen:

$$2^8 = 256$$

b) $2^8 - 1 = 256 - 1 = 255$ (das $-1$ braucht es, weil 0 die kleinste Zahl ist)

Lösungsvariante 1 im Detail (elegant): Mit 8 Bits kann man $2^8 = 265$ Zahlen darstellen. Ist 0 die kleinste, muss 255 die grösste sein.

Lösungsvariante 1 im Detail (weniger elegant): Die grösste Zahl ist $1111\,1111_2$. Umrechnen in Dezimalzahl ergibt 255

c) $2^{8x} - 1$

d) 5 Bytes. Mit 4 Bytes kann man ca. 4 Milliarden darstellen (reicht nicht), mit 5 Bytes sind es ca. 1.1 Billionen (reicht).

### Lösung Aufgabe 3.5

a) $13_{10} = 1101_2$

b) $19_{10} = 10011_2$

c) $217_{10} = 11011001_2$

d) $56\,379_{10} = 1101110000111011_2$

Beispiellösung für eine der Teilaufgaben:

| **13** | |
|---|---|
| 6 | 1 |
| 3 | 0 |
| 1 | 1 |
| 0 | 1 |

$$\rightarrow 13_{10} = 1101_2$$

**Lösung Aufgabe 3.6**

Schicke deinen Code per Teams deiner Lehrperson.

**Lösung Aufgabe 3.7**

a)

$$\begin{array}{cccccccc} & & & 5 & 0 & 9 & 7 & 4 \\ + & & & 8 & 1 & 9 & 6 & 3 \\ & & & & 1 & 1 & & \\ \hline & & 1 & 3 & 2 & 9 & 3 & 7 \end{array}$$

b)

- $1100\,1100_2 + 0011\,0011_2 = 1111\,1111_2$
- $1100\,1011_2 + 1010\,1110_2 = 1\,0111\,1001$
- $1101\,0010_2 + 1100\,0101_2 = 1\,1001\,0111_2$
- $1110\,1111_2 + 1011\,0101_2 = 1\,1010\,0100_2$

Zweites Beispiel im Detail:

$$\begin{array}{cccccccccc} & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 1 & & & & 1 & 1 & 1 & & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Letztes Beispiel im Detail:

$$\begin{array}{cccccccccc} & & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ + & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

**Lösung Aufgabe 3.8**
Schicke deinen Code per Teams deiner Lehrperson.

**Lösung Aufgabe 3.9**

a) Zahl: $0010\,1101_2$, Gegenzahl: $1101\,0011_2$

b) $0101\,0101_2 = 85_{10}$, also $1010\,1011_2 = -85_{10}$

**Lösung Aufgabe 3.10**

a) $1000\,0000_2 - 0001\,1111_2 = 0\,0110\,0001_2$

b) $1010\,1011_2 - 0110\,1011_2 = 0\,0100\,0000_2$

c) $1111\,0010_2 - 1000\,1111_2 = 0\,0110\,0011_2$

Zweite Aufgabe im Detail: Zwei positive 8-Bit Zahlen $\rightarrow$ erweitere auf 9-Bit:

$$\begin{aligned} 1010\,1011_2 - 0110\,1011_2 &= 0\,1010\,1011_2 - 0\,0110\,1011_2 \\ &= 0\,1010\,1011_2 + 1\,1001\,0101_2 \\ &= 10\,0100\,0000_2 \\ &= 0\,0100\,0000_2 \end{aligned}$$

Im letzten Schritt ignorieren wir das 10. Bit, da wir mit 9-Bit zahlen gerechnet haben.

**Lösung Aufgabe 3.11**
grösste Zahl: $0111_2 = 7_{10}$, kleinste Zahl: $1000_1 = -8_{10}$

**Lösung Aufgabe 3.12**
Schicke deinen Code per Teams deiner Lehrperson.

**Lösung Aufgabe 3.13**

a)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 7 | 9 | 0 | 5 | × | 3 | 8 | 1 | 5 |
| | | | | | 1 | 9 | 0 | 7 | 5 |
| | | | | | | | | 0 | · |
| | | | 3 | 4 | 3 | 3 | 5 | · | · |
| | | 2 | 6 | 7 | 0 | 5 | · | · | · |
| | | 1 | 1 | | 1 | | | | |
| | | 3 | 0 | 1 | 5 | 7 | 5 | 7 | 5 |

b)

- $1101_2 \cdot 1111_2 = 1100\,0011_2$
- $1001\,0010_2 \cdot 0110\,0011_2 = 11\,1000\,0111\,0110_2$
- $1111\,1011_2 \cdot 1110\,1011_2 = 1110\,0110\,0110\,1001_2$
- $1100\,1011\,0011\,1101_2 \cdot 1110\,0111\,0111\,1010_2 = 1011\,0111\,1100\,0100\,1110\,0110\,0001\,0010_2$

Erste Aufgabe im Detail:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 0 | 1 | × | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | | | | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | · | · |
| | | | 1 | 1 | 1 | 1 | · | · | · |
| | | | 1 | | 1 | 1 | | | |
| | | | | | 1 | | | | |
| | | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

**Lösung Aufgabe 3.14**

Schicke deinen Code per Teams deiner Lehrperson.

**Lösung Aufgabe 4.1**

a)

- $0\text{x}\,\text{C} = 12_{10}$
- $0\text{x}\,\text{A3} = 163_{10}$
- $0\text{x}\,\text{FFFF} = 65535_{10}$
- $0\text{x}\,\text{B38A} = 45962_{10}$

b)

- $19_{10} = 0\text{x}\,13$
- $32\,768_{10} = 0\text{x}\,8000$
- $56\,379_{10} = 0\text{x}\,\text{DC3B}$

**Lösung Aufgabe 4.2**

a) $1010011111_2 = 0\text{x}\,29\text{F}$

b) $11000011101111111110011101101010_2 = 0\text{x}\,61\text{DFE76A}$

c) $0\text{x}\,\text{ED} = 11101101_2$

d) $0\text{x}\,9\text{AF7} = 1001101011110111_2$

e) $0\text{x}\,277\text{F6C10} = 10011101111111011011000001000 0_2$

**Lösung Aufgabe 4.3**

**Lösung Aufgabe 5.1**

**Lösung Aufgabe 5.2**

**Lösung Aufgabe 5.3**